Комбинаторика. Пример+оценка, игры

Хилько Данил dkhilko@ukr.net

Задача 1. *Какое наибольшее число королей можно расставить на шахматной доске так, чтобы никакие два не били друг друга?*

Задача 2. *В какое наибольшее число цветов можно раскрасить шахматную доску* 8×8 *так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками своего цвета?*

Задача 3. *Несколько последовательных натуральных чисел выписали в строку в тком порядке, что сумма любых трёх подряд стоящих чисел делится на самое левое число из этой тройки. Какое максимальное количество чисел могло быть выписано, если последнее число строки — нечетное?*

Задача 4. *Какое наибольшее число шахматных коней можно расставить на доске* 5×5 *так, чтобы каждый из них бил ровно двух других?*

Задача 5. *Из листа клетчатой бумаги размером* 29×29 *клеточек вырезали* 99 *квадратиков* 2×2 *(режут по линиям сетки). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.*

Задача 6. *Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на* n *равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбит на* n^2 *треугольничков. Назовём цепочкой последовательность треугольничков, в которой ни один не появляется дважды и каждый последующий имеет общую сторону с предыдущим. Каково наибольшее возможное количество треугольничков в цепочке?*

Задача 7. *Какое наибольшее количество прямоугольников* 1×4 *можно вырезать по линиям сетки из квадрата* 10×10*?*

Задача 8. *Какое наибольшее количество изображенных фигурок можно вырезать из квадратной доски* 8×8 *по линиям сетки. Фигурки можно как угодно поворачивать.*

Задача 9. *Есть кучка из* 100 *камней. Двое игроков играют в игру. За ход позволяется забрать из кучки от* 1 *до* 4 *камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его соперник?*

Задача 10. *Двое игроков по очереди закрашивают клеточки квадрата* 9×9*. Позволяется закрасить клеточку, если у неё нет закрашенных соседей. Проигрывает тот, кому некуда походить. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его соперник?*

Задача 11. *На клетчатой доске размером* 23×23 *стоят четыре фишки; в левом верхнем и правом нижнем — по чёрной, а в левом нижнем и правом верхнем — по белой. Белые и чёрные ходят по очереди, начинают белые. За ход можно сдвинуть одну из фишек на соседнюю по стороне клетку. Белые стремятся попасть на две соседние клетки. Могут ли черные им помешать?*

Задача 12. *Двое игращих по очереди красят стороны* n*-угольника. Первый может покрасить сторону, если неё оба соседа либо покрашены, либо нет. Второй — сторону, у которой покрашена ровно одна соседняя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких* n *второй может выиграть как бы не играл первый?*

Задача 13. *Двое игращих по очереди расставляют в каждой из* 24 *клеток поверхности куба* $2 \times 2\times2$ *числа* $1, 2, \dots 24$ *(каждое число можно использовать только раз). Второй игрок хочет, чтобы суммы чисел в клетках кждого кольца из восьми клеток, опоясывающего куб, были одинаковыми. Сможет ли первый игрок ему помешать?*