

## Вчитися ніколи не пізно

«Я бы, признаюсь, больше бы ничего и не требовал, как только оказывай мне преданность и уважение, уважение и преданность.»

Гоголь Н.В.

1. Розв'язати рівняння в цілих числах  $x^2 + 2y^2 = z^2$ .
2. Розв'язати рівняння в цілих числах  $x^2 - 3y^2 = z^2$ .
3. Розв'язати рівняння в цілих числах  $2x^2 + 3y^2 = z^2$ .
4. Розв'язати рівняння в цілих числах  $7x^2 - y^2 = 3z^2$ .
5. Для додатних чисел  $a, b, c, d$  таких, що

$$\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+d^4} = 1,$$

довести нерівність  $abcd \geq 3$ .

6. Неперервна функція  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  задовольняє рівняння

$$f(2x^2 - 1) = 2xf(x).$$

Довести, що  $f \equiv 0$ .

7. Для додатних чисел  $x, y, z$  таких, що  $x + y + z = xyz$ , довести нерівність

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \leq \frac{3}{2}.$$