

## І знову рівняння

1. Розв'язати рівняння в цілих числах.

i)  $x^2 + 1 = 3y$ ;

ii)  $x^2 - 2y^2 + 8z = 3$ ;

iii)  $x^3 + x + 10y = 20004$ ;

iv)  $8x^3 - 13y^3 = 17$ ;

v)  $x^2 + 5y^2 = 218750$ ;

vi)  $x^2 + 5y^4 = 112233$ ;

vii)  $35x^4 + 24y^3 = 100000$ ;

viii)  $x^2 + 77y^3 = 2011$ ;

ix)  $-x^2 + 7y + 6 = 0$

x)  $x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_{14}^4 = 1999$ .

2. При яких  $n \in \mathbb{N}$  число  $n^4 + 4^n$  — просте?

3. Довести, що число  $\sqrt[3]{3}$  — ірраціональне.

Розв'язати рівняння:

4.  $4x^2 + 8xy - 4y - 5 = 0$  в  $\mathbb{Z}$ .

5.  $x^2 + 3xy - 10y^2 - 17 = 0$  в  $\mathbb{Z}$ .

6.  $3x^2 + 2xy - y^2 = 15$  в  $\mathbb{Z}$ .

7.  $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 2(x - y)(1 - xy) = 4(1 + xy)$  в  $\mathbb{Z}$ .

8.  $p, q$  — задані прості числа. Розв'язати в  $\mathbb{N}$ :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{pq}$ .

9.  $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$  в  $\mathbb{Z}^+$ .

10.  $x^2(y - 1) + y^2(x - 1) = 1$  в  $\mathbb{Z}$ .

11.  $x^2 + 6xy + 8y^2 + 3x + 6y = 2$  в  $\mathbb{Z}$ .

12.  $x^2 + y^2 + x^2 + 2xy + 2x(z - 1) + 2y(z + 1) = w^2$  в  $\mathbb{N}$ .

13.  $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$  в  $\mathbb{Z}$ .

14.  $(x + 2)^4 - x^4 = y^3$  в  $\mathbb{N}$ .

15.  $x^3 + (x + 1)^3 + \dots + (x + 7)^3 = y^3$  в  $\mathbb{Z}$ .

16.  $x^3 + 2y^3 = 4z^3$  в  $\mathbb{N}$ .

17.  $x^3 + 3y^3 + 9z^3 - 27xyz = 0$  в  $\mathbb{N}$ .

18.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz = 0$  в  $\mathbb{Z}$ .

І нерівності з попереднього домашнього завдання