

## Мале канікулярне домашнє завдання

Ще раз нагадаймо, що кількість  $k$  – елементних підмножин в  $n$  – елементній множині — це  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . Нехай у нас є множина  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ . Тоді усі її двоелементні підмножини (їх рівно  $C_4^2 = 6$ ) — це

$$\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}.$$

### Задачі

1. Скількома способами на шахову дошку можна поставити 8 однакових тур?  
А так, щоб вони не били одна одну?
2. У класі 20 учнів. Було проведено дві контрольні з математики, за які ставилися оцінки від 2 до 5. Доведіть, що є два учні з однаковими результатами (оцінками за обидві контрольні).
3. Тролейбусні квитки мають номери від 000000 до 999999. Скільки існує номерів, в яких усі цифри різні і йдуть у зростаючому порядку?
4. Скільки існує десятицифрових чисел, в яких цифри 1, 2, ..., 8 зустрічаються по разу, а цифра 9 — двічі?
5. 10 людей зібралися грати у футбол, для чого їм потрібно поділитися на дві команди по 5 чоловік. Скількома способами вони зможуть це зробити?
6. Учасниками дебат були лише чоловіки. Перед дебатами вони усі потиснули один одному руки. Відомо, що усього рукостискань було 45. Скільки всього було учасників дебат?
7. Скількома способами можна розбити 14 фехтувальників на 7 пар?
8. Скількома способами на шахову дошку можна поставити білого і чорного королів так, щоб вони не били один одного?
9. Скільки існує шестицифрових чисел, які містять цифру 9, але не містять 0?
10. Доведіть тотожність:  $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ . Подумайте над її комбінаторним змістом.
11. Знайдіть суму усіх чотирицифрових чисел, які можна одержати перестановкою чотирьох цифр: 1, 2, 3, 4.
12. Зафарбуйте в квадраті  $7 \times 7$  деякі клітинки так, щоб в кожному рядку і в кожному стовпчику виявилось рівно три зафарбовані клітинки.
13. В рядок записано десять чисел, причому сума будь-яких трьох сусідніх дорівнює 15. Перше число дорівнює 7. Чому може дорівнювати останнє число?

НАСТУПНИЙ ФАКУЛЬТАТИВ РОЗПОЧНЕТЬСЯ 3 ЛИСТОПАДА В 11 ГОДИН.