Геометрія-2

Давида Гільберта запитали про одного його колишнього учня.
– Ах, той? — згадав Гільберт. — Він став поетом. Для математики у нього було занадто мало уяви.

1. У $\triangle ABC$ $\angle A = 60^\circ$, BE, CD — бісектриси, що перетинаються в точці I. Довести, що $ID = IE$.
2. AL — бісектриса $\triangle ABC$, K — така точка на стороні AC, що $CK = CL$. Пряма LK перетинає бісектрису кута ABC у точці P. Довести, що $AP = PL$.
3. У $\triangle ABC$ $\angle B = 120^\circ$, AA_1, BB_1, CC_1 — бісектриси. Довести, що $\angle B_1C_1C = 30^\circ$.
4. AD і BE — висоти госторокутного трикутника ABC. P і Q — проекції точок A і B на пряму DE відповідно. Довести, що $PE = DQ$.
5. У гострокутному трикутнику ABC обрано точку O таку, що $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$ і $\angle OAB + \angle OCA = 70^\circ$. Знайти $\angle A$.
6. Нехай M — точка дотику кола, вписаного в трикутник ABC до сторони BC. У трикутники AMB і AMC вписано кола ω_1 і ω_2. Довести, що ω_1 і ω_2 дотикаються.

Для тих, хто не зовсім впорався із попереднім дз...

7. AA_1, BB_1 — медіани трикутника ABC. Відомо, що $\angle CAA_1 = \angle CBB_1$. Довести, що трикутник ABC — рівнобедрений.
8. Через точку A трикутника ABC провели дотичну до описаного кола $\triangle ABC$, яка перетнула BC в точці E. Нехай AD — бісектриса $\triangle ABC$. Довести, що $AE = ED$.
9. На сторонах BC і CD прямокутника $ABCD$ взято точки P і Q так, що $\triangle APQ$ правильний. Нехай P' і Q' — середини AP і AQ. Довести, що трикутники $BQ'C$ і $CP'D$ — правильні.
10. B_1, C_1 — точки дотику вписаного кола $\triangle ABC$ до AC і AB відповідно, I — інцентр. BI перетинає B_1C_1 в точці P. Довести, що $\angle BPC = 90^\circ$.
11. У гострокутному трикутнику ABC відомо, що $AB = CH$, де H — ортоцентр. Знайти кут C.