

# Трохи алгебри

- 1) Доведіть тотожність:  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ .
- 2) Доведіть тотожність:  $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ .
- 3) Замініть зірочки таким чином, щоб виконувалась рівність:
  - А)  $(*)^2 (*)^3 = 72m^7 n^{11}$  ;
  - Б)  $(*)^3 (*)^4 = -81x^{10} y^{17} z^{13}$  ;
  - В)  $(*)^2 (*)^5 = -288a^9 b^{11} c^{12}$  .
- 4) Доведіть, що коли  $a - 2b = 3$  , то  $2ab^2 - a^2b + 3ab = 0$  .
- 5) Доведіть, що коли  $a + b = c$  , то  $a^3b^3c + a^2b^4c - a^2b^3c^2 = 0$  .
- 6) Віжимо, що  $x^3 - y^2 = 2$  . Знайдіть значення виразу  $x^9 - 6x^3y^2 - y^6$  .
- 7) Відомо, що  $a + 2b = 1$  . Доведіть, що  $a^3 + 8b^3 = 1 - 6ab$  .
- 8) Доведіть, що коли  $a + 3b = 2$  , то  $a^3 + 27b^3 = 8 - 18ab$  .
- 9) Розкладіть на множники многочлен  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 2y^3$  .
- 10) Розкладіть на множники многочлен  $28a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  .
- 11) Відомо, що  $x^3 + y^3 = 9$  та  $x^2y + xy^2 = 6$ . Знайдіть значення двочлена  $x + y$  .
- 12) Відомо, що  $a^3 - b^3 = 4$  та  $a^2b - ab^2 = 1$ . Знайдіть значення двочлена  $a - b$  .
- 13) Порівняйте значення виразів:
  - а)  $3^{200}$  і  $2^{300}$  ;
  - б)  $126^{12}$  і  $24^{18}$  ;
  - в)  $31^{11}$  і  $17^{14}$  ;
- 14) Відомо, що  $x^2 + y^2 = 1$  . Знайдіть значення виразу  $2x^4 + 3x^2y^2 + y^4 + y^2$  .
- 15) Відомо, що  $a^2 - b^2 = 2$  . Знайдіть значення виразу  $a^6 - a^4b^2 - 2b^4 - 8b^2$  .
- 16) Чи існує таке  $n$ , що значення виразу  $2^8 + 2^{11} + 2^n$  є квадратом натурального числа.