Дополнительные построения - 1

Хилько Данил dkhilko@ukr.net

Упражнение 1. *В треугольнике две стороны равны* 6 *і* 8*, а длина медианы, проведённой к третьей стороне, равна* 5*. Найдите угол между сторонами длиной* 6 *и* 8*.*

Упражнение 2. *Дана трапеция* $ABCD$ *(*$AD \parallel BC$*), в которой углы* A *и* B *прямые. Пусть* M *— середина стороны* CD*. Доказать, что* $MA = MB$*.*

Задача 1. *В выпуклом четырёхугольнике* $ABCD$ $AD = BC$*,* $\angle ABD + \angle CDB = 180°$*. Докажите, что* $\angle BAD = \angle BCD$*.*

Задача 2. *Два равносторонних треугольника* ABC *и* CDE *расположены по одну сторону от прямой* AE *и имеют единственную общую точку* C*. Пусть* N*,* M*,* K *— середины отрезков* BD*,* AC*,* CE *соответственно. Докажите, что треугольник* MNK *— равносторонний.*

Задача 3. *Дано прямоугольный треугольник* ABC *с гипотенузой* AC *и углом* $\angle A = 50°$*. Точки* K *и* L *на катете* BC *таковы, чтоо* $\angle KAC = \angle LAB = 10°$*. Найдите* CK/LB*.*

Задача 4. *(Лемма Архмимеда) Пусть* N *— середина дуги* ABC *описанной окружности треугольника* ABC*, в котором* $AB < BC$*. Пусть* K *— проекция точки* N *на* BC*. Докажите, что* $AB + BK = KC$*.*

Задача 5. *В трапеции* $ABCD$ *(*$AB \parallel CD$*) отмечены середины диагоналей* AC, BD *— точки* P, Q *соответственно. Докажите, что если* $\angle ABP = \angle CBD$*, то* $\angle BCQ = \angle ACD$*.*

Задача 6. *Дано треугольник* ABC *такой, что* $\angle BAC = 60°$*. В треугольнике* ABC *проведены биссектрисы* AP *и* BQ*. Известно, что* $AB + BP = AQ + QB$*. Найдите углы треугольника* ABC*.*

Домой

Задача 1. *На стороне* BC *треугольника* ABC *выбрана точка* L *так, что* AL *в два раза больше медианы* CM*. Оказалось, что угол* ALC *равен* $45°$*. Докажите, что* AL *и* CM *перпендикулярны.*

Задача 2. *Пусть* $ABCD$ *— випуклый четырёхугольник, в котором* $\angle CAD + \angle BCA = 180°$ *і* $AB = BC + AD$*. Доказать, что* $\angle ACD + \angle BAC = \angle CDA$*.*

Задача 3. *Дано треугольник* ABC *и точки* D *и* E *такие, что* $\angle ADB = \angle BEC = 90°$*. Докажите, что длина отрезка* DE *не больше половины периметра* ABC*.*

Задача 4. *В трапеции* $ABCD$ *(*$AB \parallel CD$*) отмечены середины диагоналей* AC, BD *— точки* P, Q *соответственно. Докажите, что если* $\angle ABP = \angle CBD$*, то* $\angle BCQ = \angle ACD$*.*

Задача 5. *Известно, что* $\angle BAC$ *наименьший среди углов треугольника* ABC*. Пусть* U *— точка дуги* BC *описанной окружности* ABC*, которая не содержит* A*. Серединные перпендикуляры отрезков* AB *и* AC *пересекают* AU *в* V *и* W *соответственно. Прямые* BV *и* CW *пересекаются в* T*. Докажите, что* $AU = TB + TC$*.*