

Принцип Діріхле

1. На площині проведено 12 прямих. Доведіть, що які дві з них утворюють кут не більше 15 градусів.
2. У вас є 36 каменів. Їх вага складає арифметичну прогресію: 490кг, 495кг, 500кг,... , 665кг. Чи можна їх всі вивести на семи трьохтонних грузовиках?
3. Доведіть, що з будь-яких 52 цілих чисел завжди можна вибрати два, сума або різниця яких ділиться на 100.
4. Квадратна таблиця $(2n+1) \times (2n+1)$ заповнена числами від 1 до $2n+1$ так, що в кожному рядку і стовпчику є всі ці числа. Доведіть, якщо ці числа розташовані симетрично відносно головної діагоналі таблиці, то на цій діагоналі також є всі числа від 1 до $2n+1$.
5. П'ятикласник Петя знає лише цифру 1. Доведіть, що він може написати число, що ділиться на 1989.
6. Скільки максимально чисел від 1 до 100 можна вибрати так, щоб не існували пари такої, що одне число з пари ділиться на друге.