

**Заняття 4.12.2010, Технічний ліцей, 10-й клас. Функціональні рівняння. Частина 2.**

1. Знайдіть усі функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , що для всіх дійсних  $x$  задовольняють рівність  $f^2(x) = f(x)$  (тут через  $f^2(x)$  позначено квадрат значення функції  $f$  у точці  $x$ ).
2. Наведіть кілька прикладів функцій  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  та  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , що задовольняють співвідношення  $f(f(x)) = f(x)$ . Доведіть, що функцій  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , які задовольняють це співвідношення, є нескінченно багато.
3. Знайдіть усі такі  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , що  $f(x + 1) = f(x) + 1$ .
4. Знайдіть усі функції  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  такі, що  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ .