Ігри і комба

1. На дошці записані n чисел $x_1, x_2, ..., x_n$. Андрій та Богдан грають у таку гру, яка складається рівно з n кроків. На кожному кроці Андрій обирає довільне число і віднімає це число від кожного із записаних на дошці чисел (тобто на дошці вже записані нові числа). Після цього Богдан замість кожного числа на дошці записує модуль цього числа. По завершенню гри (n кроків) Андрій сплачує Богдану суму усіх записаних чисел у гривнях. Для кожного заданого набору чисел визначить яку найменшу суму може програти Андрій при правильній своїй грі.
2. Є число 1234567890 на дошці. Від числа на дошці дозволяється віднімати додатнє число, яке є не більше за суму цифр числа, що написане на дошці. Двоє гравців ходять почерзі, той хто першим отримає число 0 виграв. Хто виграє при правильній грі?
3. Є поле 8х8 і в лівому нижньому куті стоїть ладья. Дозволяється ходити лише вверх і вправо. Двоє ходять почерзі, той хто потрапить в правий верхній кут той і виграв. Хто виграє при правильній грі?
4. Є 20 спічок. Можна віднімати 1, 2 або 3, але не можна віднімати стільки скільки відняли спічок за минулий хід. Двоє ходять почерзі, той хто забере останню спічку виграв. Хто виграє при правильній грі?
5. Є куча з n каменів. За хід дохволяється розділити її на 3, 4, 5 кучок. Хто не може зробити хід той програв. Грають двоє. Хто виграє при правильній грі?
6. Є шахматна дошка і на ній король. Король не може потрапляти туди де він вде був. Двоє гравців почерзі переставляють його, той хто не зможе зробити хід програв. Хто виграє при правильній грі?
7. Є поле 2016х4032. Двоє гравців почерзі з неї вирізають рамку $(n+2)\times n$ (рамка це не прямокутник це його обід), хто не може зробити хід той програв. Хто виграє при правильній грі.
8. На дошці записане число 1. Число, що на дошці можна домножити на числа від 2 до 9. Той хто отримає число більше 1000 той виграв. Хто виграє при праильній грі?
9. На дошці записане число 1. Число n на дошці змінюєть на n+1 або на 2n. Хто отримає число більше 1000 той виграв. Хто виграє при правильній грі?
10. Є кубик. В одній вершині сидять два павучка. В протилежній вершині сидить муха. В один момент вони починають рухатись з однаковою швидкістю. Павуки хочуть спіймати муху. Чи вдасться їм це зробити?
11. На дошці записано число 2016^{2016}. За хід дозволяється віднімати від нього число від 1 до 2015 або ділити його на 2016 (якщо не ділиться, то ділимо і округляємо в меншу сторону). Хто отримує 0 той виграв.
12. Множина X складається з 6 елементів. Нехай $A_1, A_2, .., A_9$ - такі підиножини X, що кожна з них містить по 3 елементи. Доведіть, що

існує таке «пофарбування» елементів X у два кольори, що кожна множина A_i $(1 \le i \le 9)$ буде містити принаймні два різнокольорових елементи.

13. У ряд виписані послідовні натуральні числа 1 до 2000. Двоє по черзі вписують між цими числами знак додавання або множення (усього вписано 1999). Якщо кінцеве значення одержаного виразу ділитиметься на 3, то виграє той, хто ходив першим. В іншому випадку виграє його суперник. Хто з гравців може забезпечити собі виграш? Знайдіть для нього виграшну стратегію.

14. Дано смужку розміром 1x17, клітинки якої зліва направо пронумеровано послідовними числами від 1 до 17. Двоє учнів грають у таку гру, по черзі роблячи свої ходи. За один хід треба закреслити одну довільну клітинку в смужці або деякі дві послідовні, серед яких ліва має парний номер. Переможеним вважатиметься той хто не може зробити хід. Хто може забез печити собі виграшну стратегію і вкажіть її.