Додаткові побудови - 2

Літній математичний табір "Контора π"
Молодша група

Задача 1. *На гіпотенузі AC прямокутного рівнобедреного трикутника ABC обрано точку M довільним чином. P і Q — проекції A і C на пряму BM відповідно. Доведіть, що $AP = PQ + QC$.*

Задача 2. *Нехай M — середина бічної сторони AB трапеції $ABCD$ такої, що $AC = CD$. Доведіть, що $\angle BCM = \angle BDA$.*

Задача 3. *Дано рівнобедрений трикутник ABC $(AB = BC)$. На сторонах AB і BC обрано точки D і E так, що $BD = CE$ і $\angle ADE + \angle DEB = 60°$. Доведіть, що $DE = AC$.*

Задача 4. *Всередині паралелограма $ABCD$ обрано точку P так, що $\angle APB + \angle CPD = 180°$. Доведіть, що $\angle PAD = \angle PCD$.*

Задача 5. *(Точка Торрічеллі) Дано гострокутний трикутник ABC. Розглядаються точки P всередині ABC. Доведіть, що $AP + PB + PC$ буде мінімальним, якщо $\angle APB = \angle BPC = \angle CPB = 120 = 120°$.*

Задача 6. *Дано трикутник ABC такий, що $\angle ABC = \angle ACB = 30°$. На стороні BC взято точку D. Точка K така, що D є серединою AK. Виявилося, що $\angle BKA > 60°$. Доведіть, що $3AD < BC$.*

Хілько Данило
dkhilko@ukr.net

Додаткові побудови - 2

Літній математичний табір "Контора π"
Молодша група

Задача 1. *На гіпотенузі AC прямокутного рівнобедреного трикутника ABC обрано точку M довільним чином. P і Q — проекції A і C на пряму BM відповідно. Доведіть, що $AP = PQ + QC$.*

Задача 2. *Нехай M — середина бічної сторони AB трапеції $ABCD$ такої, що $AC = CD$. Доведіть, що $\angle BCM = \angle BDA$.*

Задача 3. *Дано рівнобедрений трикутник ABC $(AB = BC)$. На сторонах AB і BC обрано точки D і E так, що $BD = CE$ і $\angle ADE + \angle DEB = 60°$. Доведіть, що $DE = AC$.*

Задача 4. *Всередині паралелограма $ABCD$ обрано точку P так, що $\angle APB + \angle CPD = 180°$. Доведіть, що $\angle PAD = \angle PCD$.*

Задача 5. *(Точка Торрічеллі) Дано гострокутний трикутник ABC. Розглядаються точки P всередині ABC. Доведіть, що $AP + PB + PC$ буде мінімальним, якщо $\angle APB = \angle BPC = \angle CPB = 120 = 120°$.*

Задача 6. *Дано трикутник ABC такий, що $\angle ABC = \angle ACB = 30°$. На стороні BC взято точку D. Точка K така, що D є серединою AK. Виявилося, що $\angle BKA > 60°$. Доведіть, що $3AD < BC$.*

Хілько Данило
dkhilko@ukr.net