

Заняття 14.12.2010, Технічний ліцей, 10-й клас. Функціональні рівняння. Частина 2 (продовження).

1. Знайдіть усі функції $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, а потім $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що $f(x + y) = f(x) + f(y)$.
2. Знайдіть усі функції $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що $f(x + y) = f(x) + f(y) + 2010$.
3. Знайдіть усі функції $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що $f\left(\frac{x+y}{2}\right) = f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{y}{2}\right)$.
4. Знайдіть усі функції $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ такі, що $f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)}{2} + \frac{f(y)}{2}$.