Тренувальна олімпіада

1. Додатні числа a, b, c, d такі, що $cd = 1$. Доведіть, що існує таке натуральне n, що $ab \leq n^2 \leq (a+c)(b+d)$.
2. Нехай $f(x) = x^2 - x + 1$. Доведіть, що для будь-якого натурального числа m всі числа $m, f(m), f(f(m)), \ldots,$ попарно взаємно прості.
3. Всередині чотирикутника $ABCD$ взято точку M так, що чотирикутник $ABMD$ — паралелограм. Відомо, що $\angle MBC = \angle MDC$. Доведіть, що $\angle BCM = \angle ACD$.
4. Дано множину з $2m+1$ натуральних чисел, що по модулю не перевищують $2m-1$. Доведіть, що серед них знайдуться три числа, сума яких дорівнює 0.
5. Шестицифрове число N, складене з різних ненульових цифр, ділиться на 37. Доведіть, що ще як мінімум 23 числа, утворених перестановками цифр N, діляться на 37.

Тренувальна олімпіада

1. Додатні числа a, b, c, d такі, що $cd = 1$. Доведіть, що існує таке натуральне n, що $ab \leq n^2 \leq (a+c)(b+d)$.
2. Нехай $f(x) = x^2 - x + 1$. Доведіть, що для будь-якого натурального числа m всі числа $m, f(m), f(f(m)), \ldots,$ попарно взаємно прості.
3. Всередині чотирикутника $ABCD$ взято точку M так, що чотирикутник $ABMD$ — паралелограм. Відомо, що $\angle MBC = \angle MDC$. Доведіть, що $\angle BCM = \angle ACD$.
4. Дано множину з $2m+1$ натуральних чисел, що по модулю не перевищують $2m-1$. Доведіть, що серед них знайдуться три числа, сума яких дорівнює 0.
5. Шестицифрове число N, складене з різних ненульових цифр, ділиться на 37. Доведіть, що ще як мінімум 23 числа, утворених перестановками цифр N, діляться на 37.

Тренувальна олімпіада

1. Додатні числа a, b, c, d такі, що $cd = 1$. Доведіть, що існує таке натуральне n, що $ab \leq n^2 \leq (a+c)(b+d)$.
2. Нехай $f(x) = x^2 - x + 1$. Доведіть, що для будь-якого натурального числа m всі числа $m, f(m), f(f(m)), \ldots,$ попарно взаємно прості.
3. Всередині чотирикутника $ABCD$ взято точку M так, що чотирикутник $ABMD$ — паралелограм. Відомо, що $\angle MBC = \angle MDC$. Доведіть, що $\angle BCM = \angle ACD$.
4. Дано множину з $2m+1$ натуральних чисел, що по модулю не перевищують $2m-1$. Доведіть, що серед них знайдуться три числа, сума яких дорівнює 0.
5. Шестицифрове число N, складене з різних ненульових цифр, ділиться на 37. Доведіть, що ще як мінімум 23 числа, утворених перестановками цифр N, діляться на 37.