# Занятие №6. Вокруг подобия треугольников - 2

Хилько Данил dkhilko@ukr.net

**Упражнение 1.** *По лучам, имеющим общее начало, с постоянными неравными скоростями двигаются точки $A$ и $B$. Докажите, что есть две точки плоскости, из под которых отрезок $AB$ виден под постоянным углом.*

**Задача 1.** *Окружности $S_1$ и $S_2$ пересекаются в точках $A$ и $B$. Через $A$ проведена прямая $l$, которая пересекает $S_1$ в точке $C$, а $S_2$ в точке $D$. Найдите ГМТ середин $M$ отрезков $CD$.*

**Задача 2.** *Дана полуокружность с диаметром $AB$ и число $k$. Для каждой точки $X$ этой полуокружности на луче $XA$ откладывается точка $Y$ так, что $XY = kXB$. Найдите ГМТ $Y$.*

**Задача 3.** *Две окружности $S_1$ и $S_2$ пересекаются в $A$ и $B$. Прямые $p$, $q$, которые проходят через $A$ пересекают $S_1$ в $P_1$, $Q_1$, а $S_2$ в $P_2$, $Q_2$ соответственно. Доказать, что угол между прямыми $P_1Q_1$ и $P_2Q_2$ равен углу между окружностями $S_1$ и $S_2$.*

**Задача 4.** *Две окружности пересекаются в точках $A, B$, а хорды $AM, AN$ касаются этих окружностей. Треугольник $MAN$ достроили до параллелограмма $MANC$, а отрезки $BN$ и $MC$ разделили точками $P$ и $Q$ в одинаковом отношении. Докажите, что $\angle APQ = \angle ANC$.*

**Задача 5.** *Дано квадрат $ABCD$ и точки $P$, $Q$ на сторонах $AB$ и $BC$ соответственно такие, что $BP = BQ$. Точка $H$ — проекция $B$ на $PC$. Докажите, что $\angle DHQ = 90°$.*

**Задача 6.** *Пусть $I$ — инцентр треугольника $ABC$ ($AB < AC$), $M$ — середина $BC$, а $N$ — середина дуги $BAC$ описанной окружности треугольника $ABC$. Докажите, что $\angle ANI = \angle IMB$.*

**Задача 7.** *Дан равнобедренный треугольник $ABC$ ($AB = BC$). Из вершины $B$ провели высоту $BH$. Пусть $M$ — середина $BH$, $N$ — проекция $H$ на $CM$. Докажите, что $\angle ANB = 90°$.*

**Задача 8.** *На диагоналях выпуклого четырёхугольника $ABCD$ построены правильные треугольники $ACB'$ и $DBC'$, причём точки $B$ и $B'$ лежат по одну сторону от $AC$, а точки $C$ и $C'$ лежат по одну сторону от $BD$. Найдите $\angle BAD + \angle ADC$, если известно, что $B'C' = AB + CD$.*

**Задача 9.** *Две окружности $\omega_1$ и $\omega_2$ пересекаются в точках $A$ и $B$. Произвольная прямая, проходящая через $B$, пересекает вот второй раз $\omega_1$ в $C$, а $\omega_2$ — в $D$. Биссектриса угла $\angle CBA$ пересекает во второй раз $\omega_1$ в $K$, а биссектриса угла $\angle DBA$ пересекает во второй раз $\omega_2$ в $L$. Пусть $M$ — середина $CD$. Докажите, что $\angle KML = 90°$.*