

Домашнее задание 16.03.14

1. Найдите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}$$

2. Последовательность a_n такая, что

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_n = a_{n-1} - a_{n-1}^2.$$

Найдите

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

3. Последовательность a_n , состоящая из неотрицательных чисел стремится к a . Докажите что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a}.$$

4. Придумайте ограниченную последовательность a_n , не имеющую предела, такую, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n - a_{n-1} = 0.$$

5. Натуральный ряд разбит на n непересекающихся арифметических прогрессий с разностями r_1, \dots, r_n . Докажите, что

$$\frac{1}{r_1} + \cdots + \frac{1}{r_n} = 1.$$

6. Вычислить предел последовательности

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}.$$

7. Вычислить предел последовательности

$$a_n = \sum_{k=2}^n \frac{k-1}{k!}.$$

8. Известно, что a_n стремится к a . Докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \cdots + a_n}{n} = a.$$