

# Геометрія

1. Чотирикутник  $ABCD$  вписаний у коло, центр  $O$  якої лежить всередині нього. Доведіть, що якщо  $\angle BAO = \angle DAC$ , то діагоналі чотирикутника перпендикулярні.
2. Знайти всі рівнобедрені трикутники, які неможна розрізати на 3 рівнобедрених трикутника з однаковими боковими сторонами.
3. Впишіть в дане півколо правильний трикутник найбільшого периметра. (Тобто вершини трикутника належать дузі півкола або діаметру, що стягує крайові точки цього півкола)
4. В нерівнобедреному гострокутному трикутнику  $ABC$  взята точка  $O$  така, що  $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$ . Окрім того,  $\angle BAO + \angle OCA = 70^\circ$ . Знайдіть кут  $A$ .
5. На медіане  $BM$  трикутника  $ABC$  взята точка  $P$ , така, що  $AP = BC$ . Прямая  $AP$  пересікає відрізок  $BC$  в точці  $D$ . Докажіть, що  $BD = PD$ .
6. На площині дан трикутник  $ABC$  і точки  $D$  і  $E$  такі, що  $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$ . Докажіть, що довжина відрізка  $DE$  не перевищує половини периметра трикутника  $ABC$