

### Заняття 29.03.2011, Технічний ліцей, 6-й клас. Шахове розфарбування.

1. Чи можна шахову дошку  $8 \times 8$  із вирізаною кутовою клітинкою розрізати на прямокутники  $2 \times 1$ ? А чи можна це зробити з дошкою завбільшки  $9 \times 9$  з вирізаною кутовою клітинкою? А якщо вирізано клітинку, сусідню з кутовою?
2. На кожній клітинці дошки завбільшки  $9 \times 9$  міститься фішка. Петрик хоче пересунути кожну фішку на сусідню вздовж сторони клітинку так, щоби знову в кожній із клітинок опинилося по одній фішці. Чи зможе Петрик це зробити?
3. Дошку  $100 \times 100$  розбили на 10 000 одиничних квадратиків. Один із них вирізали, і в дошці утворилася дірка. Чи можна частину дошки, що залишилася, покрити рівнобедреними трикутниками з гіпотенузою завдовжки 2 так, щоби їхні гіпотенузи йшли вздовж сторін квадратиків, а катети — вздовж діагоналей? Трикутники не можуть накладатися один на одного або звисати з дошки.
4. Шаховий король обійшов усю шахову дошку, побувавши на кожній клітинці один раз, і повернувся в клітинку, з якої починав. Доведіть, що він зробив парну кількість діагональних ходів.
5. Чи можна з 13 цеглин розміром  $1 \times 1 \times 2$  скласти куб  $3 \times 3 \times 3$  з діркою  $1 \times 1 \times 1$  у центрі?

### Додаткові задачі

1. Зі звичайної шахової дошки вирізали клітинки **c5** та **g2**. Чи можна решту дошки покрити кісточками доміно  $1 \times 2$ ? А якщо замість клітинки **c5** вирізали клітинку **c6**?
2. У кожній клітинці дошки  $2011 \times 2011$  сидить жук. У певний момент всі жуки переповзають у сусідні (вздовж сторін) клітинки. Чи обов'язково після цього залишиться хоча б одна порожня клітинка?
3. Круг розділено на шість секторів, у кожному з них лежить по монеті. За один хід дозволяється перекласти дві монети, що лежать у сусідніх секторах, рухаючи їх у різні боки. Чи можна з допомогою таких операцій зібрати всі монети в одному секторі?