

Комбінаторика–3

Я люблю роботу, вона зачаровує мене. Я можу сидіти і дивитися на неї годинами.

Джером К. Джером

Нагадаймо, що кількість k – елементних підмножин в n – елементній множині — це $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Нехай у нас є множина $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Тоді усі її двоелементні підмножини — це

$$\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}.$$

Їх рівно $C_4^2 = 6$.

Задачі

1. В шаховому турнірі брали участь 30 гравців. Відомо, що кожен гравець грав з кожним рівно один раз. Скільки всього партій було в турнірі?
2. На колі відмічено 20 точок. Скільки існує трикутників з вершинами у відмічених точках?
3. В ящику 30 чорних і 70 білих куль. Скількома способами з ящика можна витягнути 10 чорних і 10 білих куль?
4. Довести тотожність: $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$. Подумайте над її комбінаторним змістом.
5. Обчислити: $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.
6. На прямій відмічено 10 точок, а на паралельній їй прямій — 11 точок. Скільки існує а) трикутників; б) чотирикутників з вершинами в цих точках?
7. Скільки чотирицифрових чисел, що діляться на 4, можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, якщо кожна цифру можна використовувати декілька разів?
8. При грі в брідж між чотирма гравцями розділяється повна колода карт (нагадуємо, що це 52 карти!) по 13 карт кожному гравцю. Скількома способами можна роздати карти?
9. Степан Степанович дуже любить читати, і в нього в бібліотеці є аж 400 різних книг, серед яких його улюблені — “Таємничий острів” і “Діти капітана Гранта”. Скількома способами він зможе розставити усі книги на полиці (достатньо довгій для цього) так, щоб його улюблені книги не стояли поруч?
10. Знайти суму усіх чотирицифрових чисел, які можна одержати з перестановки наступних чотирьох цифр: 1, 2, 3, 4.