Контрольно-тренувальна олімпіада. Інваріанти.

1. На дошці виписано поспіль числа 1, 2, 3, …, 2009, 2010. Можна міняти місцями два числа, між якими стоїть рівно одне число. Чи можна за допомогою таких операцій отримати ряд 2010, 2009, …, 3, 2, 1?
2. Маємо шахову дошку, її клітинки звичайним чином розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна перефарбовувати в протилежний колір усі клітинки якоїсь горизонталі або вертикалі. Чи можна так отримати дошку рівно з трьома чорними клітинками, що розташовані в її кутах?
3. Нехай є деяка трійка чисел. За один крок з будь-якими двома з них можна робити таке: якщо ці числа дорівнюють a та b, їх можна замінити на $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ та $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$. Чи можна з допомогою таких операцій з трійки $(2, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ отримати трійку $(1, \sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$?
4. В опуклому п'ятикутнику проведено всі діагоналі. Кожна вершина й кожна точка перетину діагоналей зафарбовані в синій колір. Андрійко хоче перефарбувати всі ці сині точки в червоний колір. За одну операцію він може змінити колір усіх зафарбованих точок, що належать або одній стороні, або одній діагоналі п'ятикутника, на протилежний (сині точки стають червоними, а червоні — синіми). Чи зможе він досягти бажаного, здійснивши певну кількість описаних операцій?

Час виконання — 75 хвилин

Контрольно-тренувальна олімпіада. Інваріанти.

1. На дошці виписано поспіль числа 1, 2, 3, …, 2009, 2010. Можна міняти місцями два числа, між якими стоїть рівно одне число. Чи можна за допомогою таких операцій отримати ряд 2010, 2009, …, 3, 2, 1?
2. Маємо шахову дошку, її клітинки звичайним чином розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна перефарбовувати в протилежний колір усі клітинки якоїсь горизонталі або вертикалі. Чи можна так отримати дошку рівно з трьома чорними клітинками, що розташовані в її кутах?
3. Нехай є деяка трійка чисел. За один крок з будь-якими двома з них можна робити таке: якщо ці числа дорівнюють a та b, їх можна замінити на $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ та $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$. Чи можна з допомогою таких операцій з трійки $(2, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ отримати трійку $(1, \sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$?
4. В опуклому п'ятикутнику проведено всі діагоналі. Кожна вершина й кожна точка перетину діагоналей зафарбовані в синій колір. Андрійко хоче перефарбувати всі ці сині точки в червоний колір. За одну операцію він може змінити колір усіх зафарбованих точок, що належать або одній стороні, або одній діагоналі п'ятикутника, на протилежний (сині точки стають червоними, а червоні — синіми). Чи зможе він досягти бажаного, здійснивши певну кількість описаних операцій?

Час виконання — 75 хвилин